

Mathematische Geologie



Band 5

ISSN 1431-8016

August 2000

Angewandte Geostatistik in Bergbau,
Geologie, Geophysik, Geodäsie und
Umweltschutz

Applied geostatistics in mining, geology, geophysics,
geodesy and environmental protection

CPress

Dresden 2000

Content

Inhaltsverzeichnis

J. Menz Forschungsarbeiten im Rahmen des LEIBNIZ- Programms der DFG zur „Markscheiderisch- geologischen Komplexauswertung unter geostatistischen Modellannahmen“ - Auf- gabenstellung, Ergebnisse und ihre Bedeutung	7	J. Menz Research work about "Integrated mine sur- veying – geological data analysis and predic- tion based on geostatistical assumptions", sup- ported by the LEIBNIZ program of the German Research Council (DFG), tasks, results and their importance	7
A. Röttig, F. Tonn, D. Tzscharschuch & H.-J. Wendel SAFARI - eine erweiterte geostatistische Software	23	A. Röttig, F. Tonn, D. Tzscharschuch & H.-J. Wendel SAFARI - an expanded geostatistical software	23
H. Moritz Least-squares collocation	35	H. Moritz Least-squares collocation	35
J. Menz & S. Bian Collocation: a synonym of Kriging in geodesy	43	J. Menz & S. Bian Collocation: a synonym of Kriging in geodesy	43
T. Hillmann Die Schätzung der Modellparameter für die geostatistische Vorhersage	49	T. Hillmann Estimation of the model parameters for geo- statistical prediction	49
J. Menz, D. Stoyan & N. Kolesnikov A method for estimating variogram parameters in the presence of trends	59	J. Menz, D. Stoyan & N. Kolesnikov A method for estimating variogram parameters in the presence of trends	59
J. Menz Lokale Schwankungen des Quasi-Geoids, abgeleitet aus Drehwaagemessungen unter Nutzung der geostatistischen Integration, Differentiation und Verknüpfung, mit einer Einführung in das Gebiet der physikalischen Geodäsie	69	J. Menz Local changes of quasi-geoid, deduced from torsions balance data using geostatistical inte- gration, differentiation and combination; with an introduction to physical geodesy	69
R. Lehmann On the allocation and assessment of absolute values for geoid determination using torsion balance measurements	105	R. Lehmann On the allocation and assessment of absolute values for geoid determination using torsion balance measurements	105
St. Knospe Geologisches Modell und lokales Schwerfeld zur Beschreibung lokaler Änderungen der Geoidundulationen in einem Testgebiet	115	St. Knospe The geological model and local gravity - a description of local variations of geoid undu- lation in a test area	115
J. Menz & K. Wälder Zur optimalen Anordnung von Stützwerten und Gradienten	131	J. Menz & K. Wälder Deterministic and stochastic network design for the measurement of altitude, dips and slopes	131
N. Kolesnikov Ermittlung und Nutzung von Strukturinforma- tionen für die Auswahl der Gradienten zur Er- fassung der räumlichen Veränderlichkeit einer Fläche	145	N. Kolesnikov Inference and use of structure information for the selection of gradients to describe surface variability in space	145

K. Wälder Exploration and exploiting strategies in potash mining	159	K. Wälder Exploration and exploiting strategies in potash mining	159
S. Lindner & K. Kardel How accurate are geochemical maps?	169	S. Lindner & K. Kardel How accurate are geochemical maps?	169
M. Jäkel Anwendung des Gradientenkrigings bei der Erkundung des 2. miozänen Flözhorizontes in der Niederlausitz	183	M. Jäkel Geostatistical modelling of the second Miocene brown coal seam horizon by the help of gradient kriging	183
J. Menz & K. Wälder Cut-off-Überschreitungswahrscheinlichkeiten aus bedingter Simulation oder aus Indikator- kriging ?	205	M. Menz & K. Wälder Calculating exceeding probabilities by conditional simulation or by indicator kriging ?	205

Mathematische Geologie	5	S. 23-33	Dresden, 15. August 2000
------------------------	---	----------	--------------------------

SAFARI - eine erweiterte geostatistische Software

Andree Röttig, Frieder Tonn, Dietmar Tzscharschuch & Hans-Jürgen Wendel

Zusammenfassung

Der folgende Beitrag stellt ein geostatistisches Softwarepaket vor, das an der TU Bergakademie Freiberg entwickelt wurde. In den programmierten Algorithmen wurden zum großen Teil stochastische Verfahren verwendet, um die aus der Interpretation, Modellierung und Visualisierung von Geodaten resultierenden Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Die Ausführungen beschränken sich auf die Darstellung der Funktionalität, der Schnittstelle zu den Algorithmen und der Benutzeroberfläche.

Neben den allgemeinen geostatistischen Methoden, die in den bereits in großer Zahl vorhandenen einschlägigen Softwarepaketen zu finden sind, enthält das Paket auch neu entwickelte Verfahren und neue Möglichkeiten.

Die Entwicklung der Software erfolgte unter unterschiedlichen Betriebssystemen und für die einzelnen Rechenmodule getrennt. Um Portabilität zu gewährleisten, wurden zur Programmierung ausschließlich der ANSI-Standard der Programmiersprache C oder die Makrosprache IDL verwendet. Die Rechenmodule sind einzeln umfangreichen Tests unterworfen worden und laufen relativ stabil. Die zwischenzeitlich weitestgehend fertiggestellte grafische Nutzeroberfläche auf der Basis von IDL führt die einzelnen Module unter einer einheitlichen Oberfläche zusammen und bietet Unterstützung bei der Dateneingabe mit Prüfung ihrer Zulässigkeit und Vollständigkeit.

Schlüsselwörter: Geostatistik, Kriging, Gradienten-Kriging, BAYESSches Kriging, Kollokation, Geostatistische Simulation, Vorratsberechnung

Abstract

SAFARI - an expanded geostatistical software. - The following paper represents a geostatistical software developed at the "Technische Universität - Bergakademie Freiberg" (The Freiberg University of Mining and Technology). The software mostly uses stochastic methods within the programmed algorithms to realize the target obtained from interpretation, modelling and visualizing of geodata. Carrying out this software is restricted to the representation of the functionality, the interfaces to the algorithms and to the user.

Besides common existing geostatistical methods in a plenty of systems, this represented software has incorporated some new statements and algorithms. Some of them should be emphasized here:

- the additional consideration of relative changes (as gradients) of the prediction variable besides absolute measured data,
- a new and very successfully used method for the estimation of model parameters of the covariance function, this method is very robust in respect to trends,
- geostatistical simulations with optimizations,
- calculation of reserves and masses on the base of grids and polygons of bounds with a following consideration of the reliability of the results,
- the implementation of the BAYESian estimator as completion as well as to consider the a-priori knowledge,
- the programming of methods as collocation solution which are analogous to kriging, e.g. to show the trend separate.

The development of this software was done under different operating systems. While programming, only the programming language C in ANSI standard or the IDL macro language was used to guarantee the portability. Hence, self-sufficient working programs without graphical interactions were developed. Moreover, the programs were subjected to numerous tests so that they generally work very stable. The graphical user interface transfers these programs in a modular total system with uniformed user interfaces. IDL supports the establishment of graphical interfaces as well as provides numerous softwares for visualizing and calculating. Because of this, the graphical interface was implemented within IDL macro language. The software should therefore run under operating systems with a C-compiler and in which IDL runs. The exchange of data between modules as well as between modules and user interface uses files. The format of these files is not fixed so that developed algorithms can be incorporated in other softwares. Since the calculation modules and the user interface are

separated, a rearrangement to another language should be done easily. The existing software is in German language and available as freeware via internet from January 1998. The address is <http://www.tu-freiberg.de/wwwage/roettig/software/safari.html> and documentations, research reports as well as dissertations about algorithms and belonging investigations are also represented on this site.

Key words: geostatistics, kriging, gradient-kriging, BAYESian kriging, collocation, geostatistical simulation, resource and reserve calculation

Vorwort

In diesem Beitrag soll ein Softwarepaket, das während der Forschung zum Thema „Markscheiderisch-Geologische Komplexauswertung“ am Institut für Markscheidewesen und Geodäsie der TU Bergakademie Freiberg entwickelt wurde, vorgestellt werden. In den programmierten Algorithmen werden zum großen Teil stochastische Verfahren verwendet, um die aus der Interpretation, Modellierung und Visualisierung von Geodaten resultierenden Aufgabenstellungen zu bearbeiten. Auf eine Erläuterung der zugrunde liegenden Methoden wird hier jedoch verzichtet. Die Ausführungen beschränken sich auf die Darstellung der Funktionalität, der Schnittstelle zu den Algorithmen und der Benutzeroberfläche. Bei tiefergehendem Interesse an den jeweiligen theoretischen Grundlagen sei auf die an entsprechender Stelle genannte Literatur verwiesen.

1. Weitere oder erweiterte Geostatistik-Software?

Dem an der Geostatistik interessierten Leser stellt sich natürlich sofort die Frage, welchen Nutzen bzw. welchen Neuigkeitswert ein weiteres neben den schon in genügender Anzahl existierenden Softwarepaketen haben soll. Darüber hinaus ist die Anwendung von geostatistischen Methoden in allen großen Softwaresystemen, die ein Vorhersagemodul besitzen, bereits selbstverständliche Praxis. Eine Eigenentwicklung war notwendig, um die im Rahmen der Forschung konzipierten neuen Verfahren und Algorithmen untersuchen zu können.

Hervorgehoben seien an dieser Stelle:

- die zusätzliche Berücksichtigung von relativen Änderungen (als Gradienten) der Vorhersagemerkmale (z. B. Schichtgrenzen) neben den absoluten Meßdaten,
- Strategien zur optimalen Meßnetzplanung,
- ein neues, sehr erfolgreich eingesetztes Verfahren zur Schätzung der Modellparameter der Kovarianzfunktion, das sich gegenüber Trends robust verhält,
- Simulationsverfahren mit Optimierungen,
- Vorrats- und Massenberechnungen auf Grundlage von Grids und Begrenzungspolygonen mit anschließender Betrachtung der Zuverlässigkeit der Ergebnisse,
- Umsetzung des BAYESschen Zugangs zur Berücksichtigung von a priori-Kenntnissen sowie als Ergänzung
- die Programmierung der dem Kriging analogen Verfahren als Kollokationslösung, um z. B. den Trend explizit ausweisen zu können.

Da mit der Software auch immer reale Fallbeispiele zu bearbeiten waren, machten sich viele Erweiterungen zur Lösung von Problemen, die sich aus der Anwendungspraxis ergaben, notwendig. Die vorliegende Software war also Voraussetzung und ist aber auch zugleich Ergebnis der in diesem Heft dargestellten Forschungsarbeiten zum obengenannten Thema.

Durch die bereits hier angedeutete Komplexität der Lösungen machte sich im Interesse der Nachnutzung der Ergebnisse die Gestaltung einer sich mehr oder minder selbsterklärenden und vor allem einheitlichen grafischen Oberfläche notwendig. Sie präsentiert sich vorerst in deutscher Sprache. Die Software wird über das Internet im Quellcode schrittweise frei verfügbar gemacht. Die Schnittstellen werden zum großen Teil ebenerkommerziellen, geschlossenen Systemen mit hoffentlich vertretbarem Aufwand möglich sein sollten. Aufgrund der Neuartigkeit einiger Verfahren, der oft detaillierten Möglichkeiten zur Programmsteuerung und der Integration unter einer einheitlichen Oberfläche sind die Autoren der Auffassung, daß diese Software insbesondere in Anbetracht der freien Verfügbarkeit das Attribut „erweitert“ für sich in Anspruch nehmen darf.

2. Funktionalität

Naturgemäß unterscheidet sich diese Software in ihrem grundlegenden Aufbau von dem verwandter Systeme nicht wesentlich. Der Nutzer wird viele Funktionen und Bezeichnungen, die ihm aus der einschlägigen Literatur sowie aus schon angewendeten Geostatistikprogrammen vertraut sind, wiederfinden. Das Hauptmenü erscheint mit acht grundsätzlichen Menüpunkten, unter denen Funktionen mit ähnlichem Aufgabengebiet zusammengefaßt sind. Sie seien im folgenden kurz genannt und in den Unterabschnitten ausführlicher erläutert:

- (1) Projektverwaltung
- (2) Datenaufbereitung
- (3) deskriptive Statistik
- (4) Simulation
- (5) Bestimmung der Modellparameter der Kovarianzfunktion
- (6) Vorhersage
- (7) Massen- und Volumenberechnung mit Genauigkeitsanalyse
- (8) Visualisierungen

Das Dateiformat der Eingangsdaten lehnt sich an das Format der Programmsammlung GS-LIB (DEUTSCH & JOURNAL 1992) bzw. GEO-EAS (GEO-EAS 1993) an, d. h. Dateien in jenen Formaten können ohne Veränderungen gelesen werden.

2.1. Projektverwaltung

Es wird davon ausgegangen, daß für ein reales Untersuchungsgebiet die meisten der zur Verfügung stehenden Funktionen in einer gewissen zeitlichen Reihenfolge benötigt werden. Diesem Ansatz trägt der Aufbau einer Projektdatei Rechnung. In ihr ist jeweils der aktuelle Stand der Bearbeitung gesichert. Die Verwaltung der Eingangs-, Ergebnis- und modulspezifischen Projektdateien geschieht in dem in Rede stehenden Menüpunkt. Hier werden prinzipielle Entscheidungen für die Bearbeitung eines Projektes und den damit verbundenen Datenfluß getroffen.

2.2. Datenaufbereitung

Hier ist das numerische Editieren und Betrachten von Stützpunkt-, Gradienten- und Griddateien vorgesehen. Außerdem sind Konvertierungen durch mathematische Operationen und zwischen verschiedenen Datenformaten implementiert. Im weiteren wird zur Verkürzung der Begriff Merkmalswert benutzt. Ein Merkmalswert kann ein Stützpunkt oder Gradient des zu untersuchenden (interessierenden, zu schätzenden) Naturmerkmals (z. B. Schichtgrenze) sein. Die Eingabe ist in SAFARI auf die Datentypen Merkmalswerte in Spaltenform, Griddateien im SURFER-Format (SURFER 1991) und Grenzpolygone im Spaltenformat beschränkt. Aufgeschlüsselt umfaßt die Datenaufbereitung folgende Funktionen:

- Editieren (Löschen, Einfügen, Ersetzen) eines Wertes in Merkmalswert-, Grid- und Grenzpolygondateien
- Editieren von Wertefolgen (Zeilen oder Spalten) in Merkmalswert- oder Griddateien
- Werteselektion mit cut-off und Polygonbegrenzung in ganzen Dateien (Merkmalswert- und Griddateien) oder in Wertefolgen
- Abbildung ganzer Dateien oder Wertefolgen (Zeilen oder Spalten) mit ausgewählten mathematischen Funktionen (log, exp, sin, cos)
- Operationen mit Griddateien (elementweise Addition, Subtraktion, Multiplikation zweier Griddateien und dieselben Operationen einer Griddatei mit einer Konstanten)
- Erzeugung von Indikator-, Merkmalswert-, oder Griddateien aus vorhandenen Dateien nach Vorgabe eines Schwellwertes oder eines Intervalls
- Entfernen oder Zusammenfassen von Merkmalswerten mit zu eng beieinander liegenden Koordinaten
- Konvertierung zwischen Merkmalswert- und Griddatei

2.3. Deskriptive Statistik

Mit dem Modul deskriptive Statistik werden einige gebräuchliche, doch gleichwohl sehr nützliche und informative Berechnungen statistischer Maßzahlen und Darstellungsarten geliefert (ISAAKS & SRIVASTAVA 1989). Die meisten dieser Routinen sind in der sehr mächtigen Makrosprache des Visualisierungssystems IDL (siehe

Abschnitt 3 und IDL 1995) geschrieben. Somit sind künftig für wichtig erachtete weitere Kriterien mit sehr geringem Aufwand implementierbar, da diese Sprache viele komplexe Funktionen schon mit einem einzigen Aufruf bereitstellt. Bisher ist folgendes in die Oberfläche integriert:

- Berechnung statistischer Maßzahlen für Merkmalswert- und Griddateien (Anzahl, Mittelwert, Streuung, Variationskoeffizient, Median, Minimum, Maximum, Quartile),
- Histogrammberechnung und -darstellung für Merkmalswert- und Griddateien, Schätzung der Parameter ausgewählter Verteilungen (Normal-, Lognormal- und Exponentialverteilung) und Einzeichnen der geschätzten Dichtefunktion in das Histogramm,
- Scatter- und Postplots für vier Klassen, wahlweises Einzeichnen der Regressionsgeraden $y=f(x)$ und $x=g(y)$ sowie der 45°-Geraden in die Plots,
- für eine Folge simulierter Felder werden statistische Tests und Schrankentests durchgeführt, um die Mindestfeldgröße für die Simulation zu ermitteln.

2.4. Simulation

Bei der geostatistischen Simulation werden Werte für ein ortsabhängiges Merkmal generiert. Simulierte Werte unterscheiden sich von den Schätzwerten geostatistischer Vorhersageverfahren dadurch, daß sie die Rauigkeit (Variabilität) des betrachteten Merkmals widerspiegeln.

Bei dem von TONN implementierten Verfahren handelt es sich um die sequentielle GAUSSsche Simulation, einem Verfahren zur Durchführung bedingter und nichtbedingter Simulationen. Es können also auch reale Werte als Stützwerte benutzt werden. Die Simulation von Werten erfolgt unter Berücksichtigung der Nachbarschaftsbeziehungen zu bisher simulierten Punkten und Stützwerten.

Die Formulierung der Nachbarschaftsbeeinflussung zwischen simulierten Werten und Stützwerten erfolgt durch die Angabe von Autokovarianzfunktionen, wobei neben dem isotropen Fall auch einfache geometrische Anisotropien berücksichtigt werden. Sind die Stützwerte trendbehaftet, so ist eine Beschreibung des Trends durch ein Polynom dritten Grades möglich. Routinen zur Trendschätzung und Optimierung des Trendpolynoms sind ebenfalls implementiert. Zur Durchführung geostatistischer Simulationen werden die Stützwerte programmintern in normalverteilte Werte transformiert. Die Reihenfolge der Simulation von Werten wird zufalls-gesteuert festgelegt. Zur Beschleunigung des Rechenablaufs enthält die Software einige Optimierungen; z. B. wird der Suchbereich für Stützwerte und bereits simulierte Werte mit zunehmender Punktdichte verringert, so daß sich - „stochastisch“ gesehen - stets gerade noch eine Mindestanzahl bereits simulierter Werte im Suchbereich befindet. Nach erfolgter Simulation werden die generierten Werte in ihre ursprüngliche Verteilung zurücktransformiert.

Die Simulation kann ein- oder zweidimensional erfolgen und bietet zusammenfassend die folgenden Möglichkeiten:

- Durchführung bedingter und nichtbedingter Simulationen,
- Spezifizierung einer zusammengesetzten Autokorrelationsfunktion, dabei sind isotrope und anisotrope Modelle möglich (zu Details siehe Abschnitt 2.5),
- Berücksichtigung von Trends durch Vorgabe eines Polynoms dritten Grades,
- Anordnung der Punkte in einem regelmäßigen Netzgitter oder Einlesen der Punktkoordinaten aus einer Datei.

Die von TONN entwickelte Simulationssoftware umfaßt außerdem Module zur Berechnung und Visualisierung statistischer Angaben sowie zur 3D-Visualisierung simulierter Werte. Diese Module sind jedoch nicht in die Oberfläche integriert, aber sie sind ausführlich dokumentiert und können vom Autor über e-Mail angefordert werden. Zum Algorithmus und zur Software sei (DEUTSCH & JOURNAL 1992) und (TONN 1995) als Literatur empfohlen.

2.5. Schätzung von Parametern des Kovarianzmodells

Für eine erfolgreiche geostatistische Vorhersage ist die Bestimmung der Modellparameter der Kovarianzfunktion von entscheidender Bedeutung. Üblicherweise werden empirische Variogramme berechnet, deren Verlauf durch eine über Parameter anzupassende Funktion approximiert wird. SAFARI benutzt dagegen die Kovarianzbleibt. Die Kovarianzen können in bis zu acht Richtungen geschätzt werden. Die Werte haben dadurch eine

sternförmige Anordnung, aus der im Anschluß zur Darstellung der zweidimensionalen empirischen Kovarianzfunktion auf ein regelmäßiges Gitter interpoliert wird. Um die Interpolation zu umgehen, bietet SAFARI auch die Variante, ein Gitter über das Untersuchungsgebiet zu verschieben, und für jede Gittermasche die mittlere Kovarianz zu berechnen. Diese Methode erlaubt zudem bei regelmäßiger Punktanordnung eine Einsparung von Rechenzeit. Die Modelle, mit denen in der Simulation und der Vorhersage gearbeitet werden kann, sind geschichtete Strukturen, deren allgemeiner Ansatz für den zweidimensionalen Fall wie folgt lautet:

$$\sigma(x, y) = \begin{cases} \sigma_{gesamt}^2 & \text{für } \sqrt{x^2 + y^2} = 0 \\ (\sigma_{gesamt}^2 - \sigma_{nugget}^2)(v_1 f_1(x, y, \alpha, \nu) g_1(x, y, \beta) \\ \quad + (v_2 f_2(x, y, \alpha, \nu) g_2(x, y, \beta) \\ \quad + (v_3 f_3(x, y, \alpha, \nu) g_3(x, y, \beta) \\ \quad + (v_4 f_4(x, y, \alpha, \nu) g_4(x, y, \beta))) & \text{für } \sqrt{x^2 + y^2} \neq 0 \end{cases}$$

Dabei sind die σ^2 -Werte Streuungen und die v_i -Werte konstante Gewichtungsfaktoren, deren Summe Eins ergeben muß. Die Funktionen $f_i(x, y, \alpha, \nu)$ können lineare, exponentielle, GAUSSsche, sphärische, HIRVONEN-, verallgemeinerte exponentielle, verallgemeinerte HIRVONEN-Modelle oder die Konstante Eins sein. Der Parameter α ist das Maß für die Abnahme der Nachbarschaftsbeeinflussung und ν ein Exponent bei den verallgemeinerten Modellen (RÖTTIG 1996). Mit den periodischen Funktionen $g_i(x, y, \beta)$ lassen sich den obengenannten Modellen Schwingungen aufprägen, deren Wellenlänge λ über den Parameter $\beta=2\pi/\lambda$ eingeht. Für Kreuzkovarianzfunktionen können außerdem Phasenverschiebungen berücksichtigt werden. Es ist also die Spezifizierung von einfachen bis hin zu komplizierten Modellen, die jedoch sicher nur von akademischem Interesse sind, möglich. Bemerkte sei, daß die ausgewählten Kombinationen zulässige Modelle für Kovarianzfunktionen sein müssen. Die Anpassung der Modelle erfolgt grafisch-interaktiv; bei den einfachen ist sie auch automatisch durchführbar.

SAFARI bietet neben der Berechnung der empirischen Kovarianzfunktion in der soeben angegebenen traditionellen Art und Weise eine alternative bzw. eine ergänzende Methode zur Bestimmung der Modellparameter. Bei der von MENZ entwickelten Methode werden durch schrittweises sinnvolles Verändern der Modellparameter eine theoretische und eine empirische Fehlerkurve angenähert. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt in seinem robusten Verhalten gegenüber Trends und darin, daß es genauer ist und auch bei kleinen Stichproben noch zufriedenstellende Resultate liefert. Ausführliche Erklärungen und Untersuchungen dazu findet der Leser in diesem Heft mit dem Beitrag von HILLMANN.

Zur Verifizierung des Modells gibt es die Möglichkeit der Cross-Validation, wobei hier ausdrücklich darauf hingewiesen wird, daß die Ergebnisse dieser Methode in jedem Fall einer kritischen Auseinandersetzung bedürfen und keinesfalls oberstes Entscheidungskriterium sein sollten (DAVIS 1987).

Wie schon im vorangegangenen Abschnitt zur Simulation angedeutet, sind Schätzungen des Trends sowie dessen Abspaltung bzw. Addition für bestimmte Untersuchungen und Berechnungen notwendig. Im Programm sind diese drei Operationen mit linearem, quadratischen und kubischen Ansatz sowohl für Merkmalswert- als auch für Griddaten vorgesehen. Die Visualisierung des Trends mit seinen konkreten Parametern erfolgt sofort.

2.6. Vorhersage

Im Vorhersagemodul stehen dem Nutzer verschiedene Interpolationsmethoden zur Verfügung:

- (A) traditionelles Kriging,
- (B) BAYESSches Kriging,
- (C) Kollokation,
- (D) einfaches und gewogenes arithmetisches Mittel,
- (E) Tief-, Hoch- und Bandpaßfilterung sowie
- (F) Multiquadratik.

Unter traditionellem Kriging wird hier die Lösung nach dem bekannten Krigingansatz mit seinen Erweiterungen verstanden. Dazu zählen das gewöhnliche Kriging, das Co-Kriging und das universelle Kriging. Das Ergebnis sind Dateien, in denen

- der Schätzwert,
- die Krigevarianz und
- die Konditionszahl der Krigematrix

enthalten sind.

In (MENZ & PILZ 1994) wird gezeigt, daß die Ansätze des Krigings und der Kollokation identische Ergebnisse liefern. Aus der Ableitung der Kollokation ergeben sich jedoch die Angaben zum Signal- und Trendanteil im Gegensatz zum Kriging separat. Die Kollokation erfordert aber höheren Rechenaufwand. Das Ergebnis der Kollokation sind Dateien, in denen folgende Werte stehen:

- Schätzwert,
- Trendanteil des Schätzwertes,
- Signalanteil des Schätzwertes,
- Schätzvarianz,
- Trendanteil der Varianz,
- Signalanteil der Varianz und
- Verbesserung wegen Kreuzkorrelation zwischen Trend und Signal.

Einen erweiterten Rahmen, in den sich die erwähnten Verfahren einordnen lassen, bietet der BAYESSche Zugang. „Das Ziel besteht darin, a priori-Kenntnisse objektiver Art (historische Daten, zusätzliche Daten, physikalische bzw. technologische Restriktionen) bzw. subjektiver Art (Expertenwissen, a-priori-Schätzungen etc.) zur Vorhersage heranzuziehen und mit den aktuell verfügbaren Daten Z zu kombinieren“ (PILZ 1992). Die a priori-Kenntnisse fließen über Trendparameter und deren Genauigkeit in die Schätzung ein. Die Vorkenntnisse können sehr verschiedenartig sein. Deshalb wird der Schätzwert vor allem im Interesse der Erweiterbarkeit in zwei voneinander unabhängigen Stufen berechnet. Zuerst werden an jedem Schätzpunkt die Trendparameter sowie die zugehörige Kovarianzstruktur aus den Vorkenntnissen bestimmt und in einer temporären Datei abgelegt. Im zweiten Schritt werden die Strukturen (Kovarianzmatrix, Designmatrix) für die aktuellen Daten aufgebaut und mit den vorigen verknüpft. Da sich die Algorithmen im zweiten Teil nicht ändern, braucht mit jeder Erweiterung der Software nur der erste Teil ersetzt zu werden. Die Trendparameter können sogar aus anderen Programmen stammen, wenn das Format der temporären Datei eingehalten wird. Sollten an einem Schätzpunkt keine a priori-Kenntnisse vorliegen, wird automatisch auf die Kollokation aus den aktuellen Daten umgeschaltet. Derzeit sind die im Anschluß aufgezählten Varianten, die Trendparameter zu bestimmen, realisiert:

- alle Möglichkeiten, die das traditionelle Kriging mit seinen schon erwähnten und noch zu erklärenden Erweiterungen (inklusive Gradienten- und Co-Kriging) bietet, können auf verwandte Datensätze angewandt werden,
- aus einer Datei mit Koordinaten und Mittelwerten, die für einen definierten Bereich gelten und denen Streuungen zugeordnet werden, die mit dem Abstand zum Mittelpunkt funktional zunehmen, werden Trends berechnet, die lediglich aus einer Konstanten (Mittelwert, Polynom 0-ter Ordnung) bestehen,
- aus einer Datei ähnlichen Zuschnitts wie die vorige werden die Mittelwerte und zugehörigen Streuungen an jedem Schätzpunkt mit einer Interpolationsmethode berechnet sowie
- das Einlesen eines extern berechneten Trends aus einer Datei in einem bestimmten Format.

Die Ergebnisdatei hat den gleichen Inhalt wie bei der Kollokation. Aber durch die Berücksichtigung von Vorkenntnissen verbessert sich die theoretische Schätzvarianz. Deshalb wird außerdem die BAYES-Verbesserung angegeben.

Jede der anfangs aufgezählten Methoden ist ähnlich aufgebaut, und bei jeder sind zahlreiche Spezifikationen möglich. In diesem Abschnitt wird deshalb versucht, eine kurze systematische Übersicht zu geben. Der entscheidende Unterschied zu anderer Software ist die Möglichkeit, bei den Methoden A) bis C) neben absoluten Meßwerten an Stützpunkten auch relative Meßwerte (Gradienten) zu berücksichtigen (MENZ 1991, 1993). Außerdem können bei ihnen auch kreuzkorrelierte Stützpunktmeßwerte und Gradienten von mehreren Merkmalen einbezogen werden. Da alle Programme ihren benötigten Hauptspeicher dynamisch zuordnen, begrenzt nur die jeweilige zur Verfügung stehende Hardwarekonfiguration die Anzahl der einzubeziehenden Merkmale, den Umfang der Ausgangsdaten bzw. die Größe der zu lösenden Gleichungssysteme. Aus Definitionsgründen

ist derzeit die Anzahl für Stützpunkt- und Gradientendateien auf jeweils fünfzig begrenzt worden. Ein weiteres Spezifikum wird dadurch gewährt, daß jedem Stützpunkt und jedem Gradienten eine eigene Streuung zugeordnet werden kann. Damit sind Wichtungen, z. B. infolge unterschiedlicher Meßgenauigkeiten, während der Schätzung möglich. Oftmals gewinnt man Erkenntnisse aus der Ansicht der aufgebauten Matrizen, deshalb wurde eine Option vorgesehen, die diese Matrizen in den Algorithmen als farbiges Rasterbild visualisieren läßt. Die Visualisierung erlaubt darüber hinaus Interaktionen, wie das Streichen von Zeilen und Spalten, Ein- und Ausblenden der Zahlenwerte oder das Ändern der Farbskala bzw. der angezeigten Stellen. Die Spezifizierung der Kovarianzfunktion der einzelnen Merkmale und die Kreuzkovarianzfunktionen zwischen ihnen folgt dem im vorigen Abschnitt dargelegten Schema. Es können isotrope und anisotrope Modelle verarbeitet werden, wobei auch beim Co-Kriging selbst diese nebeneinander spezifizierbar sind. Die Anisotropien werden wie bekannt über eine Ellipse bzw. ein Rotationsellipsoid berechnet. Sollte geometrische Anisotropie vorliegen, wird dieser Fall durch eine Koordinatentransformation auf den isotropen Fall zurückgeführt, um Rechenzeit zu sparen.

Die Schätzung kann für alle Methoden

- im Profil (eindimensional),
- in der Fläche (zweidimensional) und
- im Raum (dreidimensional)

durchgeführt werden.

Die anfangs aufgeführten Vorhersagemethoden können in unterschiedlichem Kontext aufgerufen werden. Dabei zeigt sich, daß es sich jeweils nur um den ein- oder mehrmaligen Aufruf der Vorhersage an einem bestimmten Ort handelt. Deshalb verzweigt sich jede Methode nach unterschiedlichen Vorhersageorten:

- (a) regelmäßiges Gitter (Punkt, Gerade, 2D- und 3D-Netz),
- (b) unregelmäßige Punktanzordnung,
- (c) Cross-Validation,
- (d) Modellanpassung nach MENZ,
- (e) Differentiation am Stützpunkt und
- (f) Differentiation im Gitter.

Der Unterschied zwischen b) und c) liegt im Weglassen der Schätzstelle selbst bei der Crossvalidation sowie in der Ausgabe des Residuums in der Ergebnisdatei. Der Aufruf erfolgt im Modul Parameterschätzung. Das gleiche gilt für die schon erwähnte Modellanpassung nach MENZ. Zu ihr sei noch hinzugefügt, daß die empirischen Fehler nicht nur durch die Krigingschätzung ermittelt werden müssen; sondern daß, wenn ein Kovarianzmodell spezifiziert worden ist, auch die multiquadratische Methode und der Mittelwert dazu verwendet werden können. Mit der Vorgabe eines Kovarianzmodells ist es durch die Benutzung einer allgemeineren Formel zur Varianzberechnung dann auch möglich, bei Bedarf für Mittelwert bzw. für die Multiquadratik eine Schätzvarianz anzugeben. Bei der numerischen Differentiation eines Merkmals werden Hilfspunkte zur Berechnung der jeweiligen Differenzenquotienten durch eine der Interpolationsmethoden bestimmt. Der Abstand der Hilfspunkte ist frei wählbar. Es können die ersten und zweiten sowie die gemischt partiellen Ableitungen berechnet werden. Die Differentiation am Stützwert entspricht im Grunde der unregelmäßigen Punktanzordnung und f) ist das Äquivalent zu a).

Bei allen Kombinationen aus A) bis F) und a) bis f) wird eine einheitliche Suchstrategie zur Auswahl der Punkte bzw. Gradienten an der jeweils aktuellen Schätzstelle angewendet, die durch folgende Merkmale gekennzeichnet ist:

- Suchradius außen
- Suchradius innen
- Suchradius erweitert
- nächste Punkte absolut/Quadrant/Oktant
- Richtungspriorität/gemischte Priorität: nächste Punkte absolut - Sektoren
- maximale Anzahl nächster Punkte absolut
- minimale Anzahl an Punkten pro Sektor
- maximale Anzahl an Punkten pro Sektor
- Zusammenfassen von Punkten
- unabhängig von ihrer Lage zum Schätzpunkt einmal im Datensatz
- oder abhängig von ihrer Lage zum Schätzpunkt bei der Vorhersage.

Mit den Punkten Suchradius innen/außen lassen sich Suchringe festlegen. In Gebieten mit unregelmäßig verteilten Stützstellen wird es sogenannte „Datenlöcher“ geben. Um dort trotz fehlender Stützpunktmesswerte ebenfalls Schätzungen zu erhalten, kann ein erweiterter Suchradius festgelegt werden. Dieser wird immer dann benutzt, wenn mit dem normalen Suchradius eine Mindestanzahl von Stützstellen unterschritten wird. Es kann nach den am nächsten zur Schätzstelle gelegenen Stützstellen ohne Richtungspriorität oder nach den nächsten in gewissen Sektoren gesucht werden. Mit der Option gemischte Priorität werden diese zwei Arten zweistufig verknüpft. Zuerst wird ohne Richtungspriorität nach der maximalen Anzahl nächster Punkte gesucht. Danach wird getestet, ob mit diesen Punkten die Sektoren mit ihrer Mindestanzahl besetzt sind. Ist das nicht der Fall, werden die Unterbesetzten aufgefüllt, wobei zu diesem Zweck ebenfalls ein erweiterter Suchbereich festgelegt sein kann. Zu nah beieinander liegende Punkte können das Gleichungssystem numerisch singular machen. Um dies zu verhindern, kann man solche Punktpaare zusammenfassen, indem die Koordinaten und die Merkmalswerte gemittelt werden. Derzeit sind diesbezüglich zwei Algorithmen programmiert. Beim ersten werden alle Stützstellen, die unterhalb einer festen Schranke liegen, gemittelt. Dies geschieht einmal vor der eigentlichen Schätzung mit dem gesamten Datensatz. Eine zweite Möglichkeit ist das Zusammenfassen von Stützstellen unterhalb einer Schranke, die mit dem Abstand zur aktuellen Schätzstelle variiert. Dieser Algorithmus wird an jeder Schätzstelle ausgeführt und ist dementsprechend zeitaufwendig. Die Suchstrategie kann in SAFARI für jedes Merkmal, ob Stützpunkt- oder Gradientendatensatz, spezifiziert werden. Die Suchstrategie kann noch um eine weitere Vorgabe modifiziert werden. Wenn spezifische Streuungen existieren, dann kann man festlegen, daß eine Stützstelle mit einer Streuung unterhalb eines bestimmten Schwellwertes (oder gleich Null) unabhängig von ihrer Entfernung zur Vorhersage herangezogen wird. Voraussetzung ist natürlich, daß sie sich im Suchbereich befindet.

Bei der Berücksichtigung von Gradienten ergeben sich einige Probleme. Gradienten sind Vektoren in Richtung der maximalen Änderung eines Skalarfeldes und vom Betrage des maximalen Anstiegs. Das Verfahren verlangt solche Größen. In der praktischen Arbeit werden die Änderungen jedoch oft nur in bestimmten Richtungen gemessen (z. B. beim Messen in Profilen). Einen Ausweg bietet die Software durch die Drehung des Koordinatensystems, wobei der Drehwinkel vorgegeben oder aus den Daten selbst berechnet werden kann. Es sind die einmalige Drehung des Datensatzes oder wiederholend an jeder Schätzstelle vorgesehen. Ein weiteres Problem ist die Diskrepanz zwischen der Notwendigkeit eines differenzierbaren Modells und der Verwendung von Modellen mit Nuggeteffekt infolge von Mikrovariabilität. Um dennoch diese Einflüsse berücksichtigen zu können, werden die Gradienten auf Flächenelemente bezogen. Die Größe der Flächenelemente muß in einer Datei angegeben sein. Mit diesen wird intern die Auswirkung als Nuggeteffaktor in der Autokovarianzfunktion der Gradienten berechnet. Der Nuggeteffekt infolge der Meßfehler bei Gradienten kann abhängig von der Größe des Anstieges oder davon unabhängig festgelegt werden. Wie bei Stützpunkten auch sind spezifische Genauigkeitsangaben für jeden Gradienten möglich. Die entsprechenden Formeln zu den in diesem Abschnitt kurz angerissenen Problemen findet man in (RÖTTIG 1997).

2.7. Volumen- und Massenberechnung

Die Volumen- und Massenberechnungen werden mit Werten auf regelmäßigen Gittern ausgeführt, wie sie beispielsweise der Vorhersagemodul erzeugt. Das verarbeitbare Format ist das Gridformat des SURFERS. Man geht von der Vorstellung aus, daß sich jede topografische Fläche mit solchen Grids erfassen läßt. Als topografische Fläche werden Böschungen, die Geländeoberfläche, Schichtgrenzen oder auch gedachte Ebenen angesehen. Körper lassen sich durch eine obere und untere Begrenzung (jeweils Grids) sowie mit einem Polygon, das den Verlauf der seitlichen senkrechten Begrenzung festlegt, definieren. Zur Volumenbestimmung dieses Körpers wird die mittlere Mächtigkeit der innerhalb des Polygons liegenden Gridpunkte mit dem Flächeninhalt des Grids ab. Man kann im Programm eine Genauigkeitsschranke, die unterschritten werden soll, vorgeben. Das Programm führt dann eine Netzverdichtung aus und vergleicht die erzielten Ergebnisse. Liegt die absolute Differenz der Ergebniswerte unterhalb der Schranke, wird die Berechnung beendet. Zur Netzverdichtung wird die schon Vorhersage so dicht gewählt wurde, daß eine lineare Interpolation ohne Informationsverlust möglich ist. Jeder komplexe Körper läßt sich aus solchen elementaren Körpern zusammensetzen. Die Volumenberechnung Subtraktionen von Mittelwerten besteht. In der Oberfläche kann jedem für das Gebiet relevanten Grid ein Begrenzungs-polygon zugeordnet werden. Die Grenzpolygone lassen sich in der Praxis leicht aus Grundrissen

entnehmen. Den Teilkörpern werden positive oder negative Vorzeichen zugeordnet. Nachdem in der Oberfläche ein Gesamtkörper entsprechend den Vorgaben definiert wurde, läuft die Berechnung nach ihrer Aktivierung automatisch ab.

In einem internen Bericht ist in einem Beispiel ausführlich gezeigt, welcher Systematik man folgen sollte. Mit dem Beispiel wird klar, daß es sich um ein einfaches und effektives Verfahren handelt. Das Programm wurde so konzipiert, daß es auch zur Vorratsberechnung im Versorgungsbergbau eingesetzt werden kann. Über die vorgegebenen Konditionen (cut-off) werden Indikatorvariable definiert und in Griddateien abgelegt. Sie werden als sogenannte Masken für multiplikative Verknüpfungen bereitgestellt. Im Ergebnis werden Vorräte und ihre Schätzvarianzen ausgewiesen, wobei die Berechnung der Schätzvarianzen nach (MENZ et al. 1995) erfolgt.

2.8. Visualisierung

Neben den grafischen Ausgaben bei der deskriptiven Statistik, der Trendberechnung, der Modellanpassung nach MENZ und der Matrixdarstellung in den Vorhersagen stellt SAFARI eine eigenständige Visualisierung der Eingangs- und Ergebnisdaten bereit. Sie ist fast ausschließlich mit den Möglichkeiten, die IDL bietet, realisiert worden. Da die Forschung nicht die Visualisierung von Daten zum Gegenstand hatte, ist die Leistungsfähigkeit dieses Moduls natürlich nicht mit der von kommerziellen Systemen zu vergleichen. Da aber IDL die Grundlage bildet, sind Verbesserungen bzw. die Integration von ausgereifteren Lösungen, sofern sie in IDL implementiert werden, unabhängig von der hier vorgestellten Lösung möglich.

In dem Modul werden Griddateien im SURFER-Format visualisiert. Wahlweise können die zur Vorhersage benutzten Stützpunkte und Gradienten eingeblendet werden. Die zweidimensionale Darstellung läßt folgende Präsentationsarten zu:

- diskretes Raster (verschiedene Werte mit verschiedenen Farben),
- Werte als Zahlen,
- Isolinien,
- Konturen als farbige Flächen und
- sinnvolle Kombinationen der eben genannten Punkte.

Die dreidimensionale Darstellung erlaubt die Betrachtung aus beliebigen Richtungen und Maßstabänderungen.

Die Software offeriert die Visualisierung eines Profils zwischen zwei beliebigen Punkten innerhalb der Fläche, wobei hier ebenfalls wahlweise in der Nähe der Profillinie liegende Punkte und Gradienten eingeblendet werden können. Eine zweite Möglichkeit, die Profillinie festzulegen, besteht darin, einen Gradienten als Trägergerade zu benutzen.

Zur Unterstützung der Lesbarkeit wird eine Zoom-Funktion unterstützt. Der durch den Cursor begrenzte rechteckige Bereich wird jeweils in das volle zur Verfügung stehende Fenster vergrößert. Außerdem lassen sich verschiedene Farbtafeln auswählen sowie Darstellungen löschen und neu zeichnen. Es wird eine einfache Druckerausgabe angeboten.

Wie in dem Abschnitt Datenaufbereitung vermerkt, existiert im Visualisierungsmodul eine Dateneditierfunktion. Sie benutzt alle soeben aufgezählten Fähigkeiten, um Stützpunkte und Gradienten an bestimmten Stellen zu verändern. Die Objekte können mit dem Cursor angesprochen werden. Zum Editieren zählt:

- Hinzufügen,
- Modifizieren,
- Löschen,
- grafisch Modifizieren (nur Gradienten) und
- aus der Gridumgebung berechnen (nur Gradienten).

Diese Funktion dient vor allem dazu, sich die Wirkungsweise der Verfahren verdeutlichen zu können.

3. Schnittstellen

An dem Projekt waren verschiedene Mitarbeiter beteiligt, die weitestgehend in sich abgeschlossene Aufgabengebiete bearbeitet hatten. Das Resultat der Arbeiten waren ebenfalls autark laufende Programme. Ziel der angestrebten einheitlichen grafischen Nutzeroberfläche war es, diese Programme in ein modular aufgebautes Gesamtsystem zu überführen. Da die Entwicklung unter verschiedenen Betriebssystemen erfolgte, wurde zur Gewährleistung der Portabilität durchgängig die Programmiersprache C im ANSI-Standard oder die IDL-

Makrosprache benutzt. Diese einzelnen Programme sind umfangreichen Tests unterworfen worden und arbeiten inzwischen weitgehend robust. Für die Gestaltung der Oberfläche kam nur eine Software in Frage, die dem Entwickler eine komfortable Schnittstelle zu den Grafikbibliotheken bereitstellt. Da IDL neben der Unterstützung zum Erstellen von grafischen Oberflächen auch umfangreiche Visualisierungs- und Berechnungsfunktionen anbietet, fiel die Entscheidung zugunsten dieser Software. Da die Nutzeroberfläche in einer Makrosprache programmiert wird, sollten die erstellten Programme auf jeder Plattform, auf die IDL portiert wurde, mit dem jeweiligen plattformspezifischen Aussehen und Verhalten lauffähig sein.

Infolge der Trennung von Oberfläche und eigentlichen Berechnungsprogrammen erschienen für den Informationsaustausch zwischen den Modulen sowie zwischen Modulen und Oberfläche Dateien als geeignet. Das Format dieser Dateien liegt offen. Für jedes Projekt wird eine Hauptprojektdatei sowie zu jedem Hauptmodul und für Variantenrechnungen innerhalb eines Projektes eine modulspezifische Projektdatei angelegt. Die gesamte Kommunikation und Steuerung erfolgt über die Oberfläche. Dort werden die Spezifika der jeweiligen Aufgabe festgelegt. Außerdem erfolgen ebenda die Prüfungen zur Verträglichkeit bzw. Korrektheit der Menüauswahl und der im Dialog eingegebenen Werte sowie des Aufbaus der Eingangsdateien. Von der Oberfläche werden die entsprechenden C- oder IDL-Programme mit der Hauptprojektdatei als Aufrufparameter im Hintergrund aufgerufen. Mit gewissen Restriktionen, die der Datenkonsistenz geschuldet sind, können währenddem andere Aufgaben durchgeführt werden. Die Ergebnisse der Berechnungen werden an den Oberflächenmodul übergeben und dieser sorgt für die Ausgabe, gegebenenfalls einschließlich einer Visualisierung. Bei auftretenden Fehlern wird ebenfalls grundsätzlich zur Oberfläche zurückgegangen.

Aus der Arbeit mit Projektdateien ergibt sich, daß die einzelnen Programme auch ohne Oberfläche benutzt werden können. Da die Projektdateien im ASCII-Code erstellt werden, kann man sie auch mit einem beliebigen Editor erzeugen. Es muß lediglich das Dateiformat eingehalten werden. So können die Algorithmen auch in anderer Software verwendet werden, da von dieser nur die Projektdateien erzeugt werden müßten.

Die Schnittstellen der C-Funktionen sind zum großen Teil ebenfalls dokumentiert. Die Dokumentationen liegen gedruckt vor. Außerdem sind sie teilweise als Onlinetext bzw. als Postscriptdatei über das Netz verfügbar.

4. Resümee

Es wurde ein erweitertes geostatistisches Softwarepaket vorgestellt. Teile der Software sind seit Januar 1998 als Freeware über das Internet zu beziehen. Die Adresse lautet:

<http://www.tu-freiberg.de/~wwwmage/roettig/grille/grmain.html>

Dokumentationen, Forschungsberichte und Dissertationen über die Algorithmen und zu den dazugehörigen Untersuchungen werden dort ebenfalls publiziert. Die Autoren wollen die Software im Rahmen ihrer Möglichkeiten weiterhin betreuen und verbessern. Sie sind daher über jede Anregung und Zusammenarbeit erfreut. Das Zusammenspiel von Oberfläche und Berechnungsalgorithmen konnte leider bis zum jetzigen Zeitpunkt noch nicht ausreichend getestet werden. Gefundene Fehler sollten deshalb sofort per e-mail angezeigt werden, um sie so schnell wie möglich auszumerzen und andere Nutzer davon zu informieren.

Literatur

- DAVIS, B. M. 1987. Uses and Abuses of Cross-Validation in Geostatistics. -- *Mathematical Geology*, 19, 3: 241 - 248; New York.
- DEUTSCH, C. V. & JOURNAL A. G. 1992. GSLIB – Geostatistical Software Library and User's Guide. -- 340 S. New York, Oxford (Oxford University Press).
- GEO-EAS. 1993. Geo-Eas Documentation. -- UNIX-Dokumentation als Postscriptfile, Department of Mathematics, University of Arizona, Tucson, Arizona.
- IDL. 1995. IDL Reference Guide. -- IDL-Dokumentation, Research Systems Inc., Boulder CO.
- ISAACS, E. H. & SRIVASTAVA, R. M. 1989. Applied Geostatistics. -- 561 S. New York, Oxford (Oxford University Press).
- MENZ, J. 1991. Geostatistische Vorhersage des Schichtenverlaufes im Gebirge auf der Grundlage von Bohringen, Stoßbemusterungen und geophysikalischen Messungen. -- *Das Markscheidewesen*, 98, 2: 70 - 73; Essen.

- MENZ, J. 1993: Zur geostatistischen Ableitung der inneren Geometrie von Flächen aus Gradienten. -- Beiträge zur Mathematischen Geologie und Geoinformatik. [In:] G. J. PESCHEL (ed.): Neue Modellierungsmethoden in Geologie und Umweltinformatik, 5: 32 - 36; Köln (Sven von Loga).
- MENZ, J. & PILZ, J. 1994. Kollokation, Universelles Kriging und BAYESscher Zugang. -- Das Markscheidewesen, 101, 2: 62 - 66; Essen.
- MENZ, J., TZSCHARSCHUCH, D. & KAISER, U. 1995. Nutzung geostatistischer Verfahren zur Massenermittlung und -bewertung für Bergbau und Umweltschutz. -- Vortrag zur 4. Jahrestagung der Fachsektion Geoinformatik der Deutschen Geologischen Gesellschaft vom 08.- 09. März 1995 in Bochum. [In:] W. LINNENBERG (ed.): Einsatz von DV-Methoden im Umweltbereich. Schriftenreihe des BDG (Berufsverband Deutscher Geologen, Geophysiker und Mineralogen e.V.), 14: 33 - 38; Bonn.
- PILZ, J. 1992. Zur Verwendung von a priori-Kenntnissen in geostatistischen Modellen. -- Beiträge zur Mathematischen Geologie und Geoinformatik. [In:] G. J. PESCHEL (ed.): Anwendung geostatistischer Verfahren, 3: 2 - 11; Köln (Sven von Loga).
- RÖTTIG, A. 1997. Gradientenkriging - eine integrierende geostatistische Methode zur einheitlichen Auswertung von absoluten und relativen Meßdaten. -- Dissertation. TU Bergakademie Freiberg, Institut für Markscheidewesen und Geodäsie; Freiberg (unveröffentlicht).
- SURFER 1991. SURFER Version 4, Reference Manual. -- Software Documentation, Golden Software Inc., Golden CO.
- TONN, F. 1996. Anwendung der geostatistischen Simulation zur computergestützten Generierung praxisnaher Erkundungsdaten. -- Dissertation. TU Bergakademie Freiberg, Institut für Markscheidewesen und Geodäsie; Freiberg (unveröffentlicht).

Adressen

Dr.-Ing. Andree Röttig, Coronel Stgo. Bueras 142, Dpto. 61, Santiago-Centro, Chile; roettig@gmx.net

Dr.-Ing. Frieder Tonn, GEOMIN Erzgebirgische Kalkwerke GmbH, Ortsteil Kalkwerk, D-09514 Lengefeld/Erzgeb.; Frieder.Tonn@gmx.de

Dr. rer. nat. Dietmar Tzscharschuch, TU Bergakademie Freiberg, Fakultät 3 – Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau, Institut für Markscheidewesen und Geodäsie, Agricolastraße 1, D-09599 Freiberg; tzsch@hrz.tu-freiberg.de

Dipl.-Math. Hans-Jürgen Wendel, beak Consultans GmbH, Am St. Niclas Schacht 13, D-09599 Freiberg; wendel@beak.de